УДК 621.039.55.001.4

МЕТОДЫ РАСЧЕТА ВОЛЬТ-АМПЕРНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ТЕРМОЭМИССИОННЫХ ЭЛЕКТРОГЕНЕРИРУЮЩИХ СБОРОК

Ю.В. Бабушкин, В.П. Зимин

Томский политехнический университет
E-mail: zimin@ido.tpu.ru

Анализируются методы расчета температурных и потенциальных полей, а также вольт-амперных характеристик многоэлементных термоэмиссионных электрогенерирующих сборок в вакуумном, диффузионном и разрядном режимах работы. Приведено описание алгоритма решения самосогласованной двумерной задачи тепло- и электропроводности со сложными граничными условиями, позволяющее получить зависимости генерируемой мощности от удельного тепловыделения, давления пара цезия, сопротивления нагрузки, входной температуры и расхода теплоносителя.

Для расчета вольт-амперных характеристик (ВАХ) многоэлементных электрогенерирующих сборок (ЭГС) существует несколько подходов [1–7].

Первый из них [1] состоит в расчете серий температурных и потенциальных полей и интегральных ВАХ отдельных электрогенерирующих элементов (ЭГЭ). Учитывая, что по элементам при их последовательном соединении проходит одинаковый ток, далее используется метод суммирования напряжений отдельных ЭГЭ для задаваемых величин тока. Недостатком такого метода является необходимость расчета большого количества ВАХ отдельных элементов, особенно при неравномерном тепловыделении и применении геометрического профилирования ЭГС.

Второй способ основан на совместном решении уравнений теплопроводности и электропроводности сборки в целом [2–7]. К достоинствам второго подхода относятся автоматический учет неравномерного распределения тепловыделения, граничных условий между элементами, возможность моделирования возникновения и развития аварийных ситуаций [3], т.к. ЭГС рассматривается как единое целое.

При выводе термоэмиссионного реактора-преобразователя на проектную мощность ЭГС работают в различных режимах: вакуумный (квазивакуумный) и цезиевый (плазменные). Поэтому для сопровождения испытаний ЭГС разрабатываемые методы расчета ее характеристик должны учитывать следующие особенности [8].

Во-первых, на этапе обезгаживания эмиттерных оболочек при давлениях в полостях межэлектродного зазора (МЭЗ) порядка $10^{-4}...10^{-5}$ Па и температурах эмиттера примерно 1800...1900 K, а топлива 1900...2000 K, производится съем вакуумных ВАХ ЭГС. По характерным точкам и наклону вакуумных ВАХ определяются неизмеряемые параметры, а именно вакуумные работы выхода эмиттера и коллектора, температура эмиттера, сопротивления утечек тока через дистанционаторы и коллекторную изоляцию, а также контролируются вакуумные условия в МЭЗ.

Во-вторых, после окончания термовакуумной подготовки производится перевод ЭГС в цезиевый режим работы с постепенным увеличением давления паров цезия в МЭЗ. При малых значениях давления паров цезия, соответствующих температурам примерно до 500 K, ЭГС работает в прямопролетном либо диффузионном режиме. В этих режимах также производится съем ВАХ с целью оценки значений внутренних параметров ЭГС.

В-третьих, при повышении температуры пара цезия примерно до 520 K в МЭЗ отдельных ЭГЭ во время съема ВАХ происходят микроподжиги разряда, поэтому на ВАХ наблюдаются так называемые ступеньки – скачки тока и напряжения. По количеству ступенек оценивают число ЭГЭ, перешедших в дуговой, основной режим работы.

Наконец, в связи с отсутствием возможности экспериментального измерения внутренних параметров (работы выхода и температуры электродов, межэлектродный зазор и т.д.), определяющих энергетические характеристики ЭГС, одним из эффективных методов их оценки в настоящее время считается метод сравнения экспериментальных ВАХ с расчетными. Причем, по расчетным характеристикам определяются не только усредненные параметры, но и распределения температур, потенциалов и токов, которые позволяют выявить наиболее термо- и электронапряженные участки конструкции.

Поэтому проблема разработки эффективных алгоритмов расчета характеристик ЭГС, позволяющих имитировать экспериментальные исследования в различных режимах работы (вакуумный, диффузионный, переходный, дуговой, переключение нагрузки, съем ВАХ с различной скоростью и т.д.) является актуальной. Повышение эффективности алгоритмов может быть достигнуто за счет использования особенностей работы ЭГС в различных режимах.

Например, существенной особенностью вакуумного и диффузионного режимов работы является низкий уровень плотности генерируемого тока, примерно $0...10^{-6}$ и 0...0,2 А/см^2, соответственно. Поэтому электронная составляющая теплового потока с эмиттера практически не оказывает влияния на температурное поле ЭГС. Кроме того, выделение тепла при прохождении тока по электродам и коммутационным перемычкам незначительно, а

электроды можно считать изопотенциальными. То есть температурное поле электродов во время съема ВАХ не изменяется. Эти обстоятельства позволяют раздельно анализировать тепловые и электрические процессы в ЭГС и применить для расчета вакуумных и диффузионных ВАХ следующий подход. По заданным внешним параметрам (уровень и профиль тепловыделения, условия охлаждения, давление пара цезия) рассчитывается температурное поле (для диффузионного режима с учетом теплопроводности паров цезия). По полученному температурному полю электродов и заданной величине тока находятся напряжения отдельных элементов с учетом возможных утечек тока между электродами. Полное напряжение ЭГС определяется методом суммирования напряжений отдельных ЭГЭ.

В диффузионном режиме с более высокими плотностями генерируемого тока, а особенно в дуговом, существенную роль в тепловом балансе электродов начинает играть электронное охлаждение и джоулево тепловыделение, а также проявляется неизопотенциальность электродов. Проблема расчета ВАХ ЭГС, соответствующих переходу от диффузионного режима к дуговому, рассматривается в работе [4]. В ней показана принципиальная возможность моделирования ступенчатых характеристик, связанных с поджигами разряда в отдельных элементах, причем результаты моделирования подтверждаются экспериментальными данными.

Таким образом, методика расчета ЭГС в вакуумном и диффузионном режимах сводится к решению уравнений теплопроводности с целью получения температурных полей электродов. Далее на основе использования вакуумных либо диффузионных ВАХ термоэмиссионного преобразователя (ТЭП) производится расчет ВАХ ЭГС. Для дугового режима при расчетах статических ВАХ и переходных процессов необходимо учитывать взаимное влияние тепловых и электрических процессов. Исключением является расчет изотермических ВАХ с высокими скоростями, когда за время их съема температурное поле не успевает измениться.

Для расчета статических и динамических характеристик ЭГС необходимо найти самосогласованное решение уравнений, приведенных в [9] с соответствующими граничными и начальными условиями при внесении различных возмущений в математическую модель сборки.

Представление математической модели ЭГС в виде нестационарной тепловой и стационарной электрической позволяет разбить сложную задачу на две более простых. Первая задача сводится к нахождению распределения потенциалов по электродам сборки при известном распределении их температур и заданному сопротивлению нагрузки. Вторая задача заключается в определении решения уравнений теплопроводности с соответствующими граничными условиями с учетом полученного распределения токов и потенциалов по высоте ЭГС. При таком подходе возникает возможность применения эффективных численных алгоритмов расчета для решения каждой задачи в отдельности для всей сборки в целом и автоматического учета граничных условий.

С учетом этого основные этапы алгоритма расчета характеристик ЭГС в дуговом режиме сводятся к следующему. Пусть в момент времени $t=t_0$ в стационарное решение вносится возмущение по одному из параметров математической модели, которое приводит к нарушению теплового либо электрического равновесия. Для расчета переходного процесса по исходным ВАХ ТЭП, известной нагрузке и температурам электродов определяется новое распределение напряжений и токов.

Далее производится теплофизический расчет ЭГС, включающий решение уравнений теплопроводности с учетом распределения тепловыделения по высоте, выделения джоулева тепла при прохождении тока по электродам и коммутационным перемычкам, передачи тепла излучением, теплопроводностью цезиевой плазмы и электронным охлаждением с эмиттера, тепловых потоков с торцов, по перемычкам, дистанционаторам и условий отвода тепла от коллектора.

По результатам расчета температурного поля производится перерасчет теплофизических и электрических характеристик по высоте ЭГС и находится решение для следующего момента времени по изложенному выше алгоритму. Процесс расчета переходных характеристик заканчивается после установления стационарного состояния.

Анализ существующих методов решения уравнений, представленных в [9], с соответствующими граничными условиями показывает, что наиболее приемлемым является метод конечных разностей, позволяющий свести нелинейную систему дифференциальных уравнений в частных производных с нелинейными граничными условиями к алгебраической системе уравнений с изменяющимися правыми частями. Часто при решении подобных задач используется явная схема аппроксимации производных, обладающая большой наглядностью и простотой. Однако жесткие ограничения выбора шага по времени, присущие явным схемам, в ряде случаев приводят к неоправданному увеличению времени счета на ПЭВМ. Поэтому использована экономичная схема аппроксимации производных дифференциальных уравнений, основанная на методе Писмана-Рэкфорда [10], которая позволяет снизить жесткие требования к выбору шага по времени.

В соответствии с методом Писмана-Рекфорда составлена система линеаризованных алгебраических уравнений для каждого шага по времени и каждого узла расчетной схемы i, k вида

$$A_{1,i}T_{i+1,k}^{n+1/2} - (1 + A_{2,i})T_{i,k}^{n+1/2} + A_{3i}T_{i-1,k}^{n+1/2} = -\psi_{i,k}^{n},$$

$$i = 1, ..., N(m(l)+3)+1,$$

$$B_{1,k}T_{i,k+1}^{n+1} - (1 + B_{2,k})T_{i,k}^{n+1} + B_{3k}T_{i,k-1}^{n+1} = -\varphi_{i,k}^{n+1/2}, \quad (1)$$

$$k = 1, ..., N_r - 1, \; n = 0, 1, 2, ...$$

$$\psi^n_{i,k} = B_{1,k}T^n_{i,k+1} - (-1 + B_{2,k})T^n_{i,k} + B_{3,k}T^n_{i,k-1} + \tau\tau\omega^n_{i,k},$$
$$\varphi^{n+1/2}_{i,k} = A_{1,i}T^{n+1/2}_{i+1,k} - (-1 + A_{2,i})T^{n+1/2}_{i,k} + + A_{3,i}T^{n+1/2}_{i-1,k} + \tau\omega^{n+1/2}_{i,k}, \quad (2)$$

где $A_{1,i}$, $A_{2,i}$, $A_{3,i}$, $B_{1,i}$, $B_{2,i}$, $B_{3,i}$ – коэффициенты конечно-разностной аппроксимации уравнения теплопроводности в продольном и радиальном направлениях соответственно; N – число ЭГЭ в ЭГС; $m(l)$ – число расчетных точек по длине эмиттера l-ого ЭГЭ; N_r – число точек по радиусу; $T^n_{i,k}$ – температура в точке i, k на временном шаге n; τ – шаг по времени.

Нелинейные функции $\omega^n_{i,k}$, $\omega^{n+1/2}_{i,k}$ имеют различный вид в узловых точках, расположенных на разных элементах конструкции ЭГС (рис. 1). Например, для узлов, расположенных на эмиттерах, в отличие от узлов, расположенных по торцам ЭГЭ, в эти функции входят нелинейные члены, описывающие перенос тепла электронным током и джоулево тепловыделение. Основным достоинством данного метода является то, что стационарное решение не зависит от выбора шага по времени τ. Для решения разностных уравнений теплопроводности использован метод переменных направлений, сущность которого заключается в следующем. При n=0 по исходным начальным условиям производится расчет правых частей $\psi^n_{i,k}$ для всех i и k. Затем методом прогонки по коэффициентам $A_{1,i}$, $A_{2,i}$, $A_{3,i}$ вычисляются температуры на n+1/2 шаге. Полученные значения температур используются для расчета правых частей $\varphi^{n+1/2}_{i,k}$. Далее также методом прогонки по коэффициентам $B_{1,k}$, $B_{2,k}$, $B_{3,k}$ рассчитываются температуры на n+1 временном шаге.

Так как диагональные элементы в (1) преобладают, следовательно, процессы прогонки устойчивы, а решение разностной задачи существует и единственно. К достоинствам метода, достигнутым благодаря введению промежуточного слоя, следует отнести: второй порядок аппроксимации производных, абсолютную устойчивость и расщепление исходной задачи на две более простых, решаемых с помощью алгоритма скалярной прогонки.

Описанная процедура при расчете установившегося температурного поля повторяется либо заданное число раз, либо до достижения требуемой точности.

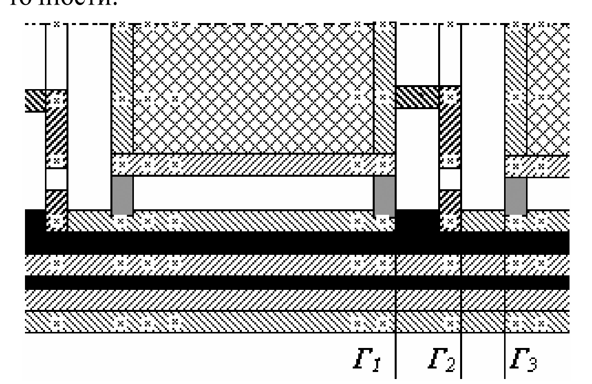


Рис. 1. *Расчетная схема тепловых процессов ЭГС: (×) – расчетные точки температурного и потенциального полей*

Нахождение распределения электрических параметров ЭГС с учетом нелинейного характера ВАХ ТЭП при известных температурах электродов осуществляется методом Ньютона. На каждом шаге итерационного процесса ВАХ ТЭП представляются в виде линейных эквивалентов с напряжениями холостого хода $E_{i,k}$ и внутренними сопротивлениями $R_{i,k}$ [3].

Эквивалентная электрическая схема замещения участка протяженных электродов приведена на рис. 2.

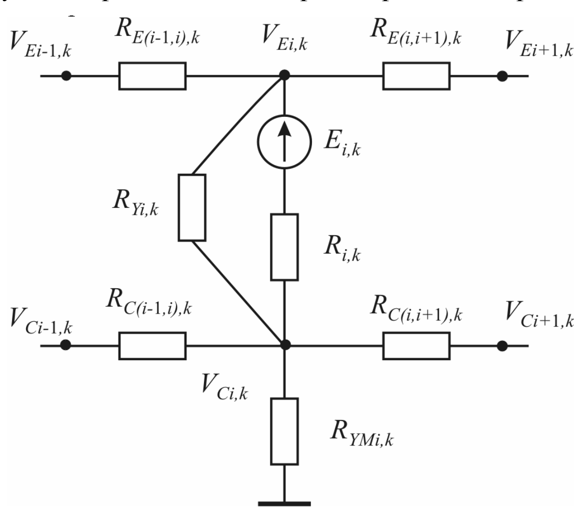


Рис. 2. *Эквивалентная электрическая схема замещения участка электродов*

С учетом этого применение конечно-разностной аппроксимации к уравнениям потенциалов и граничным условиям, записанным в [9], позволяет представить их в виде

$$\frac{V_{E\,i-1,k} - V_{E\,i,k}}{R_{E(i-1,i),k}} - \frac{V_{E\,i,k} - V_{E\,i+1,k}}{R_{E(i,i+1),k}} - \frac{V_{E\,i,k} - V_{C\,i,k}}{R_{Y\,i,k}} + \frac{E_{i,k} - (V_{E\,i,k} - V_{C\,i,k})}{R_{i,k}} - I_A = 0,$$
$$\frac{V_{C\,i-1,k} - V_{C\,i,k}}{R_{C(i-1,i),k}} - \frac{V_{C\,i,k} - V_{C\,i+1,k}}{R_{C(i,i+1),k}} + \frac{V_{E\,i,k} - V_{C\,i,k}}{R_{Y\,i,k}} - \frac{E_{i,k} - (V_{E\,i,k} - V_{C\,i,k})}{R_{i,k}} - \frac{V_{C\,i,k} - V_o}{R_{YM\,i,k}} - I_B = 0, \quad (3)$$

где $V_{Ei,k}$, $V_{Ci,k}$ – потенциалы эмиттера и коллектора; $R_{E(i-1,i),k}$, $R_{C(i-1,i),k}$ – сопротивления электродов между узлами (i–1,i) k-ого ЭГЭ; $R_{Yi,k}$, $R_{YMi,k}$ – сопротивления утечек тока между электродами и через коллекторную изоляцию соответственно; V_0 – потенциал корпуса; i – номер расчетного сечения k-ого ЭГЭ; k – номер ЭГЭ в ЭГС;

I_A=0 при i=1, k=1 и i=2,...,$m(k)$–1, k=1,...,N,

$$I_A = \frac{V_{E\,m(k),k} - V_{P,k}}{R_{P1,k}} \text{ при } i=m(k),\ k=1,...,N-1,$$

$$I_A = -\left(\frac{E_{m(k-1)+1,k-1} - (V_{E1,k-1} - V_{P,k-1})}{R_{m(k-1)+1,k-1}} - \frac{V_{E1,k-1} - V_{P,k-1}}{R_{Ym(k-1)+1,k-1}}\right)$$

при i=1, k=2,...,N,

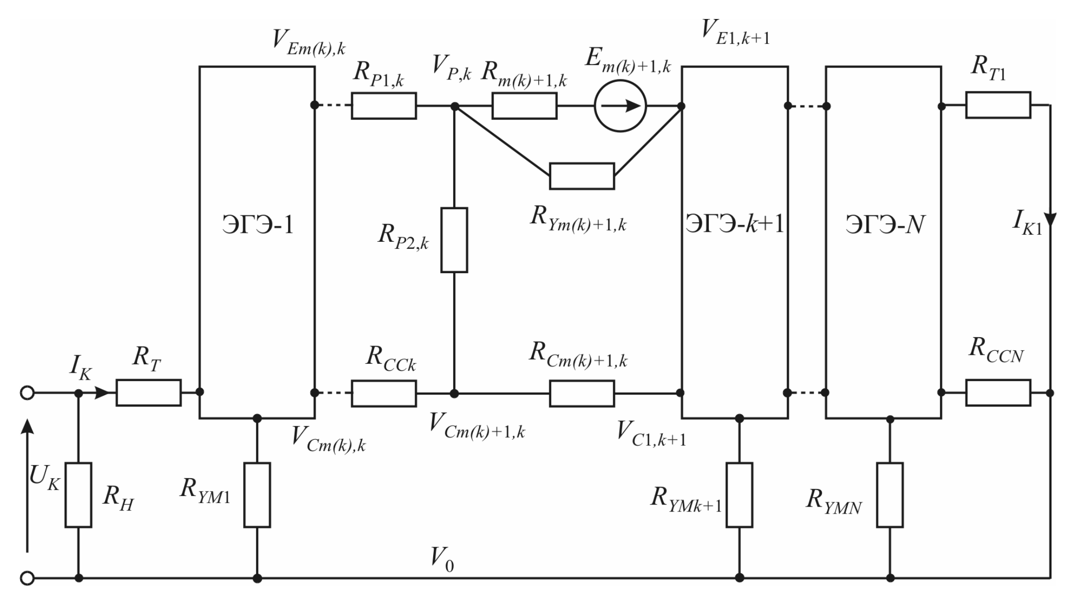


Рис. 3. *Область коммутационной перемычки и ее расчетная схема*

$$I_A = I_{K1} = \frac{V_{Em(N),N} - V_0}{R_{T1}}, \quad V_{Em(N)+1,N} = V_0,$$

где $Y_{P,k}$ – потенциал k-ой перемычки, $R_{P1,k}$ – сопротивление цилиндрической части перемычки; R_{T1} – сопротивление токовывода N-ого ЭГЭ.

I_B=–I_K при i=1, k=1, I_B=0 при i=2,...,$m(k)$–1, k=1,...,N,

$$I_B = -\frac{V_{Cm(k-1)+1,k-1} - V_{C1,k}}{R_{Cm(k-1)+1,k-1}} \text{ при } i=1,\ k=2,...,N,$$

$$I_B = \frac{V_{Cm(k),k} - V_{Cm(k)+1,k}}{R_{CCk}} \text{ при } i = m(k),\ k = 1,..., N-1,$$

$$I_B = \frac{V_{Cm(N),N} - V_0}{R_{CCN}} \text{ при } i = m(N),$$

где R_{CCk} – сопротивление утечки тока между коллекторами k-ого и k+1-ого ЭГЭ.

Для коммутационных перемычек (рис. 3) можно записать

$$\frac{V_{Em(k),k} - V_{P,k}}{R_{P1,k}} - \frac{E_{m(k)+1,k} - (V_{E1,k+1} - V_{P,k})}{R_{m(k)+1,k}} +$$
$$+ \frac{V_{E1,k+1} - V_{P,k}}{R_{Ym(k)+1,k}} - \frac{V_{P,k} - V_{Cm(k)+1,k}}{R_{P2,k}} = 0,$$
$$\frac{V_{Cm(k),k} - V_{Cm(k)+1,k}}{R_{CCk}} + \frac{V_{P,k} - V_{Cm(k)+1,k}}{R_{P2,k}} -$$
$$- \frac{V_{Cm(k)+1,k} - V_{C1,k+1}}{R_{Cm(k)+1,k}} = 0,$$
$$\text{при} \quad i = m(k)+1,\ k = 1,..., N-1, \qquad (4)$$

где R_{P2k} – сопротивление дисковой перемычки.

Распределения токов, потенциалов и напряжений с учетом токов утечек между электродами, элементами и на корпус находятся путем решения линеаризованных уравнений (3, 4) с заданными граничными условиями. В случае отсутствия соответствия между электрическими характеристиками, полученными в результате решения системы уравнений и характеристиками, определенными по ВАХ ТЭП, вычисляются новые значения электрических параметров линейных эквивалентов характеристик термоэмиссионных преобразователей.

Итерационный процесс решения системы уравнений (3, 4) с внесенными поправками по $E_{i,k}$ и $R_{i,k}$ продолжается до установления требуемого соответствия.

Основным достоинством описанного метода расчета электрических характеристик ЭГС является то, что при любом изменении параметров электрической схемы автоматически пересчитывается распределение потенциалов и токов во всех ЭГЭ.

Таким образом, разработанные методы расчета характеристик многоэлементных ЭГС, позволяют:

- определять распределение температур в вакуумном и диффузионном режимах работы независимо от величины генерируемого тока. В этих случаях при расчетах ВАХ ЭГС температурное поле считается неизменным;
- решать задачу по определению согласованного температурного и электрического полей в разрядном режиме работы с учетом электронного охлаждения электродов, джоулева тепловыделения при протекании тока по электродам и коммутационным перемычкам;
- получать серии ожидаемых ВАХ для всех режимов испытаний в широком диапазоне изменения давления паров цезия, уровней удельного тепловыделения, расхода и входной температуры теплоносителя;
- моделировать путем изменения параметров расчетной схемы возникновение и развитие аварийных ситуаций в ЭГС.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бровальский Ю.А., Лебедева В.В., Райков И.И., Рожкова Н.М., Синявский В.В. Расчетное исследование энергетических характеристик термоэмиссионных электрогенерирующих элементов и ЭГК // Известия АН СССР. Теплофизика высоких температур. – 1975. – Т. 13. – № 1. – С. 171–175.
2. Ружников В.А. Численный метод совместного решения тепловой и электрической задач для термоэмиссионного электрогенерирующего канала. – Обнинск, 1977. – 24 с. (Препринт ФЭИ–774).
3. Бабушкин Ю.В., Мендельбаум М.А., Савинов А.П., Синявский В.В. Алгоритм расчета характеристик термоэмиссионных электрогенерирующих сборок // Известия АН СССР. Сер. Энергетика и транспорт. – 1981. – № 2. – С. 115–122.
4. Бабушкин Ю.В. Методика моделирования перехода из диффузионного режима работы в дуговой в термоэмиссионных электрогенерирующих каналах // В сб.: Моделирование процессов и систем / Под ред. проф. В.А. Кочегурова. – Томск, 1982. – С. 8–10.
5. Ружников В.А., Шиманский А.А. Методы численного расчета характеристик термоэмиссионных электрогенерирующих элементов и систем. – Обнинск, 1984. – 12 с. (Препринт ФЭИ–1609).
6. Давыдов А.А., Попыкин А.И. Совместное решение уравнений тепло-электропроводности при расчете термоэмиссионных преобразователей для термоэмиссионных надстроек // Инженерно-физический журнал. – 1987. – Т. 52. – № 5. – С. 864–865.
7. Дружинин В.А., Щербинин П.П. Особенности сильноточного режима термоэмиссионного преобразователя // Известия АН СССР. Сер. Энергетика и транспорт. – 1987. – № 3. – С. 116.
8. Синявский В.В. Методы и средства экспериментальных исследований и реакторных испытаний термоэмиссионных электрогенерирующих сборок. – М.: Энергоатомиздат, 2000. – 375 с.
9. Бабушкин Ю.В., Зимин В.П. Математическое обеспечение программного комплекса для моделирования термоэмиссионных систем // Известия Томского политехнического университета. – 2006. – Т. 309. – № 1. – С. 51–55.
10. Слинько М.Г., Бесков В.С., Скоморохов В.Б., Кузин В.А., Цыганов В.М., Засмолин А.В. Методы моделирования каталитических процессов на аналоговых и цифровых вычислительных машинах. – Новосибирск: Наука, 1972. – 150 с.

УДК 537.333